การวิเคราะห์ความต้านทานโมเมนต์ดัดสองแกนของเสาคอนกรีตในภาวะเพลิงไหม้

ภูรินทร์ ทองสาริ[1] วุฒิพร ฉัตรชัยพลรัตน์[2] และ ศาสตราจารย์ ดร. ธัญวัฒน์ โพธิศิริ[3]

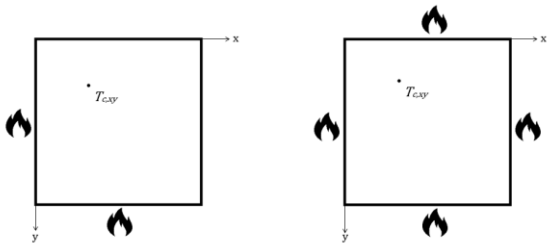
[1,2,3] ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จ.กรุงเทพฯ

บทคัดย่อ

ในการศึกษานี้จะเน้นศึกษาความต้านทานโมเมนต์ดัด 2 แกนของเสาที่มุมอาคารซึ่งได้รับความร้อน 2 ด้านติดกัน ณ เวลาที่เผชิญเพลิงไหม้ต่าง ๆ กัน เพื่อเปรียบเทียบกับความต้านทานโมเมนต์ดัดของเสาภายในอาคารซึ่งได้รับความร้อน 4 ด้าน โดยการวิเคราะห์ด้วยวิธีการ Incremental Iteration จากการคำนวณและวิเคราะห์ผล เสาที่ได้รับความร้อน 2 ด้านจะมีความต้านทานโมเมนต์ดัดที่มากกว่า อันเนื่องมาจากการสูญเสียกำลังจากอุณหภูมิสูงมีพื้นที่น้อยกว่าเสาที่ได้รับความร้อน 4 ด้าน และเสาที่ได้รับความร้อน 2 ด้านติดกัน ในเวลาที่แตกต่างกัน ก็จะมีความต้านทานโมเมนต์ดัดลดลงเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น และหากเพิ่มขนาดหน้าตัดจะพบว่าความต้านทานโมเมนต์ดัดเพิ่มขึ้น

1. บทนำ

คอนกรีตเสริมเหล็กเป็นวัสดุที่มีความนิยมสำหรับใช้ก่อสร้าง จากการศึกษาพบว่าปัจจัยสำคัญอย่างหนึ่งที่ส่งผลถึงการเปลี่ยนแปลงของความสัมพันธ์ระหว่างความต้ามทานแรงอัดตามแนวแกนและความต้านทานโมเมนต์ดัด คืออุณหภูมิรอบ ๆ ที่เพิ่มสูงขึ้น การเกิดโมเมนต์ดัด 2 แกน ทั้งจากการเยื้องศูนย์ของแรง และจากการเกิดการหลุดร่อน (spalling) [1] นอกจากนี้ยังส่งผลถึงพฤติกรรมการรับแรงอัดโดยพบว่าในขณะที่รับแรงเยื้องศูนย์ในแกนหลักนั้น เมื่อมีการเยื้องศูนย์ในแกนรอง กำลังของเสาจะลดลงเป็นสมการกำลังสอง(Quadratically decrease) เมื่อเปรียบเทียบกับการรับแรงเยื้องศูนย์ในแกนเดียว[2] นอกจากนี้กำลังของวัสดุซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ถึงความแข็งแรงและความสามารถในการรับแรงขององค์อาคารต่าง ๆ จะมีการเปลี่ยนแปลงไปจากที่อุณหภูมิปกติ เช่น ความเครียดมีค่าเพิ่มสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ ในขณะที่กำลังของคอนกรีต จุดครากของเหล็ก ค่ามอดูลัสของสภาพยืดหยุ่นมีค่าลดลง[3] จากทำการทดสอบกำลังรับแรงอัดของเสาสั้นขนาด 15x15x100 ซม. ที่ถูกเพลิงไหม้ ค่ากำลังอัดประลัยที่ได้ห้องปฏิบัติการมีค่าน้อยกว่าร้อยละ 20-40 ของกำลังอัดประลัยที่ได้จากการคำนวณตามทฤษฎี และมีการเกิดรอยร้าวครั้งแรกที่ร้อยละ 50 ของน้ำหนักประลัย ในขณะที่เสาที่อยู่อุณหภูมิปกติ เกิดรอยร้าวครั้งแรกที่ร้อยละ 80 ของน้ำหนักประลัยตามทฤษฎี[4] เมื่อพิจารณาพฤติกรรมการรับแรงของเสาตำแหน่งต่าง ๆ ในอาคาร เสาต้นภายในอาคารมีการรับความร้อนจากทั้ง 4 ด้าน ในขณะที่เสาตำแหน่งมุมอาคารมีการรับความร้อนจาก 2 ด้าน(รูปที่ 1)



รูปที่ 1 การเผชิญความร้อนของเสาที่พิจารณา

2. อุณหภูมิ

2.1 อุณหภูมิเพลิงไหม้มาตรฐาน

ในการออกแบบโครงสร้างเพื่อความปลอดภัยด้านอัคคีภัย พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับเวลา ผ่านการใช้อุณหภูมิเพลิงไหม้มาตรฐาน เป็นไปตามสมการ 2.1 และ รูปที่ 2[7]

$$\Delta T=345\log(480t+1) \tag{2.1}$$

โดยที่ ΔT คือ อุณหภูมิที่เปลี่ยนไป ตามเวลาที่เผชิญกับสภาวะเพลิงไหม้ (องศาเซลเซียส)

t คือ เวลาที่เผชิญกับสภาวะเพลิงไหม้ (ชม.)

2.2 การกระจายอุณหภูมิในหน้าตัด

อุณหภูมิของคอนกรีตที่เผชิญกับสภาวะเพลิงไหม้โดยอ้างอิงกับเงื่อนไขที่ใช้ความร้อนตามเพลิงไหม้มาตรฐานและคุณสมบัติคอนกรีตปกติจะสามารถให้ค่าที่ใกล้เคียงกับการคำนวณโดยใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งการกระจายความร้อนจะขึ้นอยู่กับเวลาและความลึกจากบริเวณผิวที่เกิดเพลิงไหม้เท่านั้น[8] ตามสมการ

$$T=T_0+\Delta T_{xy} \tag{2.2}$$

$$\Delta T_{xy} = \left(\eta_w \left(\eta_x + \eta_y - 2\eta_x\eta_y\right) + \eta_x\eta_y\right)\Delta T \quad (2.3a)$$

โดยที่ T_0 คืออุณหภูมิในสภาวะปกติ มีค่าเท่ากับ 20 องศาเซลเซียส

$$\Delta T_{xy} = \eta_w \Delta T \quad (2.3b)$$

สำหรับอุณภูมิที่ผิวของโครงสร้าง

นิยามตัวแปร η_w ตามสมการ

$$\eta_w = 1 - 0.0616t^{-0.88} \quad (2.4)$$

นิยามตัวแปร η_x ตามสมการ

$$\eta_x = 0.18In\ u_x - 0.81 \quad (2.5)$$

และนิยามตัวแปร u_x ตามสมการ

$$u_x = \frac{t}{x^2} \quad (2.6)$$

3. กำลังของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

3.1 หน่วยแรงที่อุณหูมิสูง

3.1.1 เหล็กเสริม

ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของคอนกรีตและเหล็กที่อุณหภูมิต่าง ๆ จะถูกนิยาม ใน EN 1992-1-2 ซึ่งคำนวณสำหรับแต่ละอุณหภูมิในแต่ละหน้าตัดย่อย สำหรับการศึกษานี้ความเค้นของเหล็กเสริมจะถูกนำไปหักออกจากความเค้นที่เกิดขึ้นในคอนกรีตที่ตำแหน่งเดียวกันเพื่อชดเชยพื้นที่รวมของหน้าตัดคอนกรีตขณะทำการวิเคราะห์ [9]

3.1.2 คอนกรีต

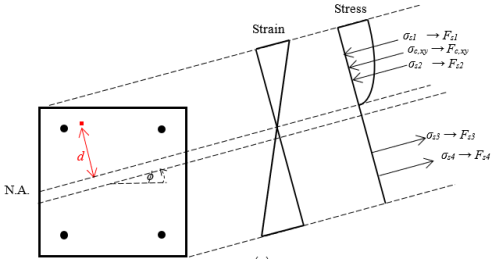
ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดที่อุณหภูมิสูงของคอนกรีตตามมาตรฐาน EN 1992-1-1 สำหรับค่าหน่วยแรงที่ลดลงสามารถใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้น (linear) หรือไม่เป็นเชิงเส้น (non-linear)

3.2 การวิเคราะห์โครงสร้าง

ในการวิเคราะห์โครงสร้างจะใช้สมมุติฐานระนาบยังคงเป็นระนาบ (plane section remain plane)การรับน้ำหนักบรรทุกของเสาสั้น ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติวัสดุ ขนาดหน้าตัด และปริมาณเหล็กเสริม การคำนวณกำลังรับแรงอัดจะหาได้จากผลรวมของความเค้นซึ่งมีสมมติฐานว่าระนาบยังคงเป็นระนาบ และความต้านทานโมเมนต์ดัดจะหาได้จากผลคูณของแรงกับระยะทางตามสมการ(รูปที่ 2)

$$N = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ci}(x_i, y_i, \phi)A_i \quad (2.8)$$

$$M = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ci}(x_i, y_i, \phi)L(x_i, y_i, \phi)A_i \quad (2.9)$$



รูปที่ 23 การกระจายความเครียดของหน้าตัดที่เกิดโมเมนต์ 2แกน

4. วิธีการคำนวณ

ขั้นตอนที่ 1: เลือกตัวอย่างเสาที่พิจารณา ในที่นี้เลือกขนาด 300x300 มม.

ขั้นตอนที่ 2: คำนวณการกระจายอุณหภูมิบนหน้าตัดจากหัวข้อ 2 จะได้อุณหภูมิหน้าตัดดังรูปที่ 16(b)

ขั้นตอนที่ 3: สมมุติค่าความโค้ง ϕ และกำหนดค่า N ที่ต้องการ

ขั้นตอนที่ 4: หาค่าหน่วยแรงของคอนกรีตและเหล็กเสริม เนื่องจากความเครียดที่อุณหภูมิสูง และคำนวณหาแรงที่ได้จากหน้าตัด

ขั้นตอนที่ 5: ตรวจสอบว่า แรงที่ได้มีค่าคลาดเคลื่อนจาก N ที่กำหนดไม่เกินร้อยละ 5

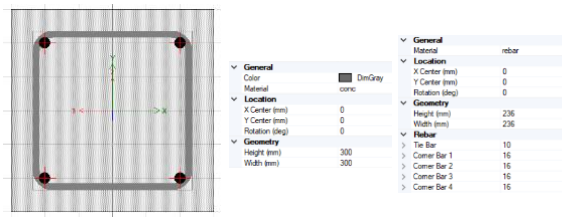
ขั้นตอนที่ 6: หากแรงในขั้นตอนที่5 ไม่เท่ากับที่กำหนด เปลี่ยนระยะแกนสะเทิน l_{xy} .และคำนวณขั้นตอนที่ 4 อีกครั้ง

ขั้นตอนที่ 7: เมื่อได้แรงตามที่กำหนด หาค่าโมเมนต์รอบแกนจุดศูนย์กลางมวล

ขั้นตอนที่ 8: เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกน N และ ความต้านทานโมเมนต์ดัด M

5. ตรวจสอบความถูกต้อง

ในการคำนวณความต้านทานโมเมนต์ดัดของเสา ในสภาวะเพลิงไหม้โดยวิธีการ Incremental iteration นั้น เนื่องจากไม่สามารถหาตัวอย่างที่ใกล้เคียงกันจากงานวิจัยอื่น ๆ เพื่อการอ้างอิงได้ จึงได้มีการใช้โปรแกรมวิเคราะห์โครงสร้าง Etabs ในการเปรียบเทียบผลการคำนวณกับตัวอย่าง C6 โดยโมเดลหน้าตัดเสาตามรูปที่ 3



รูปที่ 32 จำลองหน้าตัดเสา C6 โดยโปรแกรม ETABS

ตารางที่ 11 ผลการคำนวณตามหัวข้อ 3.1 เปรียบเทียบกับโปรแกรมวิเคราะห์โครงสร้าง

ϕ	P	M (คำนวณ)	M (Etabs)
0	-313.0	0.10	0.00
0	-272.8	6.13	0.00
0	516.8	95.06	78.96
0	974.9	128.49	124.77
0	1026.8	130.79	129.96

0	1211.2	136.40	128.91
0	1598.0	133.31	122.81
0	1847.0	124.61	116.76
0	1992.6	116.77	112.10
0	2339.8	89.64	85.00
0	2997.7	-0.67	0

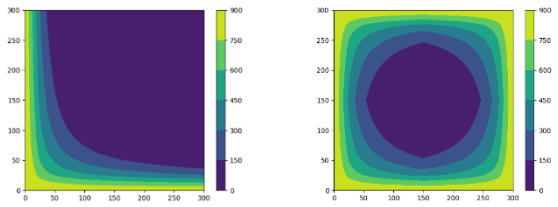
เมื่อทำการออกแบบหน้าตัดและให้โปรแกรมวิเคราะห์โดยใช้ Fiber model และเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณตามที่กล่าวในหัวข้อ 3.1 สามารถแสดงผลดังตารางที่ 1

อย่างไรก็ตามจะสังเกตว่า มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นอยู่บ้าง ทั้งนี้สาเหตุอาจเกิดได้จากสมมุติฐานที่ตั้งขึ้นมาเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ เช่น ค่าแรงคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ร้อยละ 5 และจุดที่แกนสะเทินผ่าน ไม่ได้มีการคิดพื้นที่อย่างละเอียด และความโค้งที่สมมุติมีการเพิ่มขึ้นอย่างไม่ละเอียด อาจจะทำให้ข้อมูลตกหล่นในจุดที่ไม่ได้คิดความโค้งนั้น

6. สรุป

6.1 อุณหภูมิบนหน้าตัด

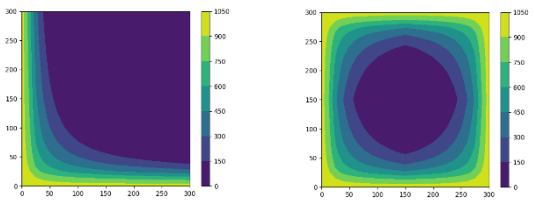
เสาที่ได้รับความร้อน ที่เวลาต่าง ๆ พิจารณาตามหัวข้อ 2.1 จะได้ภาพการกระจายความร้อนในหน้าตัดเสาขนาด 300 x 300 มม. ที่เวลา 1 2 และ 3 ชั่วโมง ดังรูปที่ 4 5 และ 6 ตามลำดับ



(a) (b)

รูปที่ 44 อุณหภูมิบนหน้าตัดเสาในสภาวะเพลิงไหม้เป็นเวลา 1 ชั่วโมง

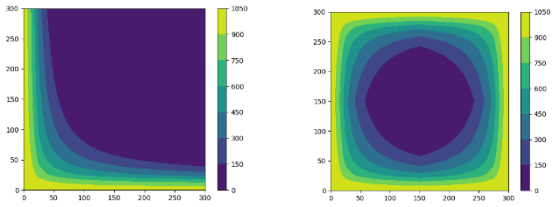
(a) เสาโดนความร้อน 2 ด้านติดกัน (b) เสาโดนความร้อน 4 ด้าน



(a) (b)

รูปที่ 5 อุณหภูมิบนหน้าตัดเสาในสภาวะเพลิงไหม้เป็นเวลา 2 ชั่วโมง

(a) เสาโดนความร้อน 2 ด้านติดกัน (b) เสาโดนความร้อน 4 ด้าน

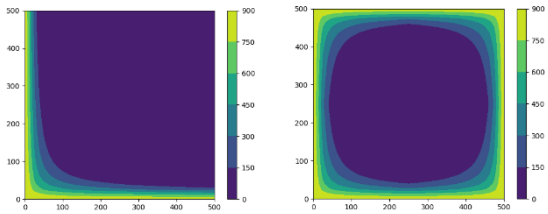


(a) (b)

รูปที่ 6 อุณหภูมิบนหน้าตัดเสาในสภาวะเพลิงไหม้เป็นเวลา 3 ชั่วโมง

(a) เสาโดนความร้อน 2 ด้านติดกัน (b) เสาโดนความร้อน 4 ด้าน

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาการกระจายความร้อนในหน้าตัดเสาขนาด 500 x 500 มม. ที่เวลา 1 ชั่วโมง จะสามารถแสดงดังรูปที่ 7



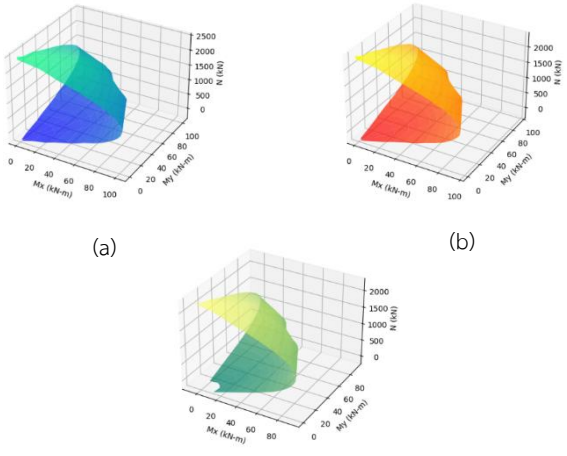
(a) (b)

รูปที่ 7 อุณหภูมิบนหน้าตัดเสาในสภาวะเพลิงไหม้เป็นเวลา 1 ชั่วโมง

(a) เสาโดนความร้อน 2 ด้านติดกัน (b) เสาโดนความร้อน 4 ด้าน

6.2 เปรียบเทียบ กำลังรับแรงในแนวแกน(N) กับ ความต้านทานโมเมนต์ดัด(M)

รูปแบบกราฟ 3มิติ สำหรับความต้านทานโมเมนต์ดัดแกนx (M_x), ความต้านทานโมเมนต์ดัดแกนy (M_y), กำลังรับแรงในแนวแกน(N) ของเสา C1, C2 และ C3



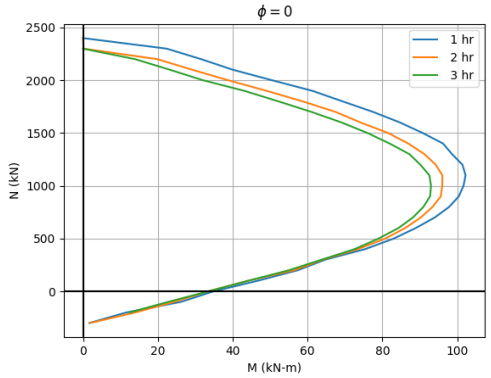
(a) (b)

(c)

รูปที่ 85 แผนภาพปฏิสัมพันธ์ระหว่างกำลังรับแรงในแนวแกนและความต้านทานโมเมนต์ดัด 2 แกน ใน 3 มิติ

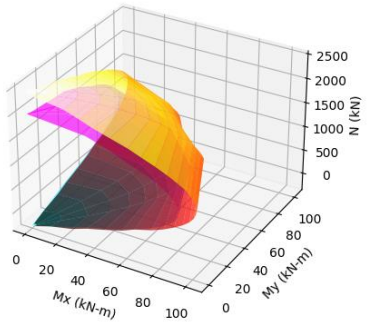
เสาได้รับความร้อน (a) 1 ชั่วโมง (b) 2 ชั่วโมง (c) 3 ชั่วโมง

เปรียบเทียบค่า ความต้านทานโมเมนต์ดัด (M) , กำลังรับแรงในแนวแกน (N) ของ เสา C1, C2 และ C3 โดยแสดงแผนภาพใน 2 มิติดังรูปที่ 9 สังเกตได้ว่าเมื่อเทียบความต้านทานโมเมนต์ดัดสูงสุดของหน้าตัดเสาที่โดนความร้อน 1 ชั่วโมง, 2 ชั่วโมง และ 3 ชั่วโมง ดังรูปที่ 8 ค่าความต้านทานโมเมนต์ดัดจะลดลงตามลำดับ



รูปที่ 96 แผนภาพปฏิสัมพันธ์ระหว่างกำลังรับแรงในแนวแกนและความต้านทานโมเมนต์ดัด 2 มิติ

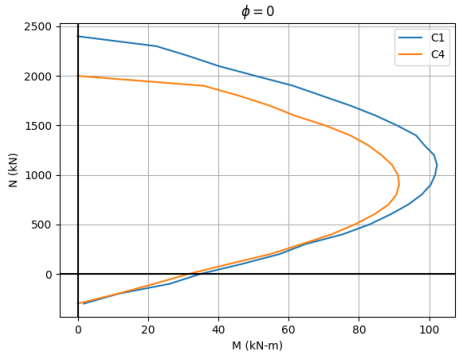
เปรียบเทียบความต้านทานโมเมนต์ดัดรอบแกนx (M_x), กำลังรับแรงดัดแกน y (M_y) และ กำลังรับแรงอัด (N) ของเสา C1 (สีส้มเหลือง) และ C4 (สีชมพูม่วง) ดังรูปที่ 10



รูปที่ 107 แผนภาพปฏิสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานแรงอัดตามแนวแกนและความต้านทานโมเมนต์ดัด 2 แกน 3 มิติ

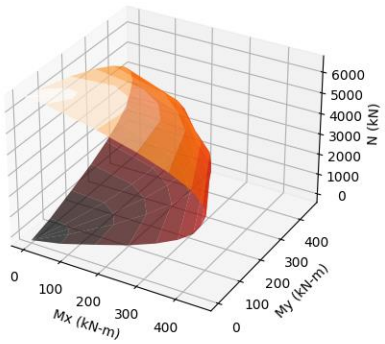
สังเกตได้ว่าเสา C1 ที่ได้รับความร้อน 2 ด้านที่ติดกันมีค่าความต้านทานโมเมนต์ดัดสูงสุดมากกว่าเสา C4 ที่ได้รับความร้อน 4 ด้าน อีกทั้งกำลังรับแรงในแนวแกนสูงสุดที่รับได้ของเสา C1 มีค่ามากกว่ากำลังรับแรงในแนวแกนสูงสุดที่รับได้ของ เสา C4 ที่โดนความร้อน 4 ด้าน

ทำการเลือกตัวอย่าง ที่ $\emptyset = 0$ เพื่อเปรียบเทียบความต้านทานโมเมนต์ดัด (M) กับ กำลังรับแรงในแนวแกน (N) ของเสา C1 และ C4 ดังแสดงในรูปที่ 11

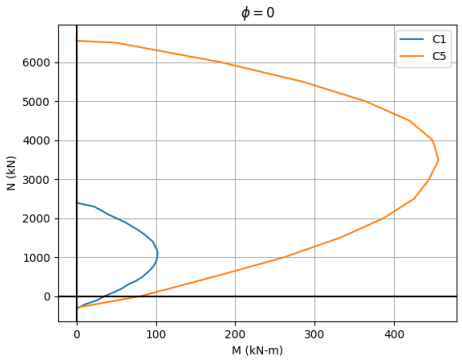


รูปที่ 118 แผนภาพปฏิสัมพันธ์ระหว่างกำลังรับแรงในแนวแกนและความต้านทานโมเมนต์ดัด 2 มิติ

รูปแบบกราฟ 3 มิติ สำหรับความต้านทานโมเมนต์ดัดแกน x (M_x), ความต้านทานโมเมนต์ดัดแกน y (M_y) กำลังรับแรงในแนวแกน(N) ของเสา C5 ดังแสดงในรูปที่ 12



รูปที่ 129 แผนภาพปฏิสัมพันธ์ระหว่างกำลังรับแรงในแนวแกนและความต้านทานโมเมนต์ดัด 2 แกน 3 มิติ



รูปที่ 1310 แผนภาพปฏิสัมพันธ์ระหว่างกำลังรับแรงในแนวแกนและความต้านทานโมเมนต์ดัด 2 มิติ

เปรียบเทียบความต้านทานโมเมนต์ดัด (M) กับกำลังรับแรงในแนวแกน (N) ของเสา C1 และ C5 ที่ $\emptyset = 0$ ดังแสดงในรูปที่ 13 สังเกตได้ว่าการเปรียบเทียบเสา C1 กับ เสา C5 (รูปที่ 13) มีค่าที่ต่างกันมาก เนื่องจากขนาดหน้าตัดเสาที่ต่างกัน

6.3 สรุปผล

ในโครงงานฉบับนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบความต้านทานโมเมนต์ดัดสองแกนของเสาตำแหน่งมุมอาคารในสภาวะเพลิงไหม้เปรียบเทียบกับความต้านทานโมเมนต์ดัดแกนเดียวของเสาตำแหน่งภายในอาคาร อีกทั้งพิจารณาผลกระทบจากขนาดหน้าตัดเสาและเวลาที่เผชิญเพลิงไหม้ที่อาจส่งผลถึงความต้านทานโมเมนต์ดัด ดังนั้นสรุปได้ว่าเสาที่ได้รับความร้อน 4 ด้าน (C4) จะมีความต้านทานโมเมนต์ดัดและกำลังรับแรงอัดน้อยกว่า เสาที่ได้รับความร้อน 2 ด้าน (C1) โดยสังเกตได้จากรูปที่ 11 เนื่องจากกำลังคอนกรีตและเหล็กลดลงอันเป็นผลจากเพลิงไหม้ที่เกิดขึ้นในบริเวรกว้างกว่าส่วนเสาที่ได้รับความร้อนเป็นเวลาต่างกันนั้น (C1,C2,C3) กำลังคอนกรีตและกำลังเหล็กก็จะลดลงตามที่เห็นได้จากรูปที่ 9 เนื่องจากผลของความร้อนที่กระจายเข้าสู่ตัดหน้าตัดเสา ทำให้ทุก ๆ ชั่วโมงที่เพิ่มขึ้นเสาจะได้รับความร้อนเพิ่มขึ้นและลดค่ากำลังคอนกรีตและเหล็กลงอย่างต่อเนื่อง สุดท้ายเสาที่มีขนาดต่างกัน กำลังที่รับได้จะต่างกันมากทำให้ทราบว่าเสาที่มีขนาด 300x300 มม. (C1) จะสูญเสียกำลังมากกว่าเสาที่มีขนาด 500x500 มม. (C5) เนื่องจากเมื่อเทียบขนาดแล้วเสามีอุณหภูมิที่แผ่เข้าเป็นพื้นที่มากกว่าสังเกตได้จากรูปที่ 4 และ รูปที่ 7 ซึ่งอาจส่งผลต่อกำลังคอนกรีตและเหล็กอย่างมีนัยสำคัญ แต่เสาที่ขนาดใหญ่กว่าจะได้รับความร้อน แผ่เข้ามาค่อนข้างน้อยกว่าเมื่อเทียบกับขนาดหน้าตัดเสา ที่เวลาเดียวกัน

6.4 ข้อเสนอแนะ

สำหรับผู้ที่ต้องการศึกษาเพิ่มเติม การใช้แผนภาพปฏิสัมพันธ์ระหว่างกำลังรับแรงในแนวแกน และความต้านทานโมเมนต์ดัดในการศึกษาพฤติกรรมถือว่าเป็นวิธีการแสดงได้อย่างชัดเจน ในแง่ของการคำนวณทฤษฎี อย่างไรก็ตาม หากสามารถจัดทำแผนภาพโดยใช้ มุม ตั้งแต่ 0-360 องศาได้นั้น จะทำให้สามารถเห็นผลลัพธ์ได้อย่างชัดเจนมากขึ้น

กิตติกรรมประกาศ

โครงงานทางวิศวกรรมโยธา เรื่องการวิเคราะห์ความต้านทานโมเมนต์ดัดสองแกนของเสาคอนกรีตในภาวะเพลิงไหม้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดีจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ธัญวัฒน์ โพธิศิริ อาจารย์ที่ปรึกษาโครงงาน ผู้ที่คอยให้ความช่วยเหลือและให้คำปรึกษาแก่ผู้วิจัยทั้งในเรื่องของวิธีการทำโครงงานและในเรื่องทฤษฎีที่ใช้ทำโครงงาน ทำให้งานวิจัยฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี และขอบคุณผู้ร่วมทำโครงงานที่มีความตั้งใจและขยันที่จะค้นคว้าศึกษาเพื่อการทำโครงงานอย่างดีอยู่เสมอจนทำให้เกิดงานวิจัยขึ้นมา

เอกสารอ้างอิง

[1] Nikhi Raut, & Venkatesh R. Kodur. “Response of Reinforced Concrete Columns under Fire-Induced Biaxial Bending”. *Aci structural journal*. September. 2011.

[2] Venkatesh Kodur, & Nikhil Raut. “A simplified approach for predicting fire resistance of reinforced concrete columns under biaxial bending”. *Engineering structures*, pp.428-443. May. 2012.

[3] Youssef, M.A. & Moftah. M. “General stress-strain relationship for concrete at elevated temperatures”, *Engineering Structures*, pp.2618-2634. February. 2007.

[4] M. Mohamed Bikhiet, & Nasser F.El-Shaftey. “Behavior of reinforced concrete short columns exposed to fire”, *Alexandria Engineering Journal*, pp.643-653. May. 2014.

[5] ACI. *Building Code Requirements for Structural Concrete*, ACI318-14. American concrete Institute.2014.

[6] CEN Eurocode 2 : *Design of Concrete Structures*. Part 1.1-1.2, EN1992-1-1, Comite Europeen de Normalisation/British Standards Institution. 2004.

[7] ISO. *Fire-Resistance Tests - Elements of Building Construction*, 1SO 834. International Organization for Standardization, Switzerland. 1999.

[8] Wickström, U. A very simple method for estimating temperature in fire exposed concrete structures, *Swedish national testing institute*. 1986.

[9] Han Soo Kim. “Obtaining interaction diagram of concrete section exposed to fire by mathematical optimization”. *Building engineering*. 2021.

[10] วัฒนชัย สมิทธากร. การออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก, พ.ศ. 2554, บทที่ 4 หน้า1-23.

[11] ธัญวัฒน์ โพธิศิริ. ออกแบบโครงสร้างเพื่อความปลอดภัยด้านอัคคีภัย. พ.ศ.2558, กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬากรณ์มหาวิทยาลัย.